

H17 国立 国立高専 数学 問題

数-05-国-高専-問-01

1 次の各問いに答えなさい。

問1 $\frac{11}{6} - \frac{7}{6} \div \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ を計算しなさい。

問2 $\sqrt{18} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{4.5}$ を計算しなさい。

問3 2次方程式 $2(x^2 - 12) = x(x + 10)$ を解きなさい。

問4 傾き2, y 軸上の切片-1の直線が, 次の2直線

$$ax + y = 11, -x + 2y = 7$$

の交点を通るとき, 定数 a の値を求めなさい。

問5 y は x に反比例し, $x=2$ のとき $y=3$ である。この関数において, x の変域を $-3 \leq x \leq -1$ とするとき, y の変域を求めなさい。

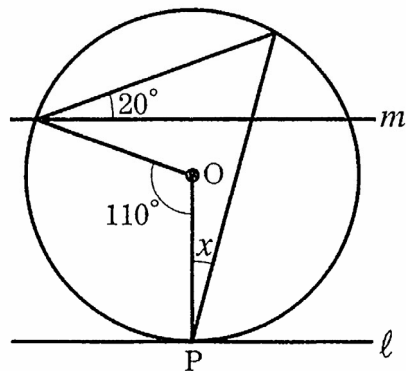
問6 大小2つのさいころを投げるとき, 大きいさいころの出る目を a , 小さいさいころの出る目を b とする。このとき,

$$1 < \frac{b}{a} < 3$$

となる確率を求めなさい。

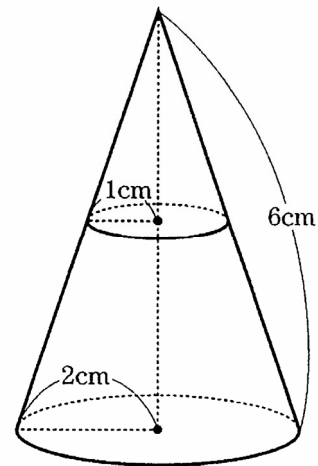
問7 右の図において, 円 O は点 P で直線 ℓ に接し, $\ell \parallel m$ である。

このとき, x の大きさを求めなさい。



問 8 右の図のように，底面の半径が 2 cm，母線の長さが 6 cm の円すいを，底面に平行な平面で切り，上下 2 つに分けた。

切り口の円の半径が 1 cm であるとき，下の部分の立体の体積を求めなさい。



数-05-国-高専-問-02

2 次の各問いに答えなさい。

問 1 $a > 0, b > 0$ のとき，下のアからオの式の中から正しいものをすべて選び，記号で答えなさい。

ア $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

イ $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + b}$

ウ $\frac{6a - 3}{3} = 2a - 3$

エ $c(a - b) = ac - bc$

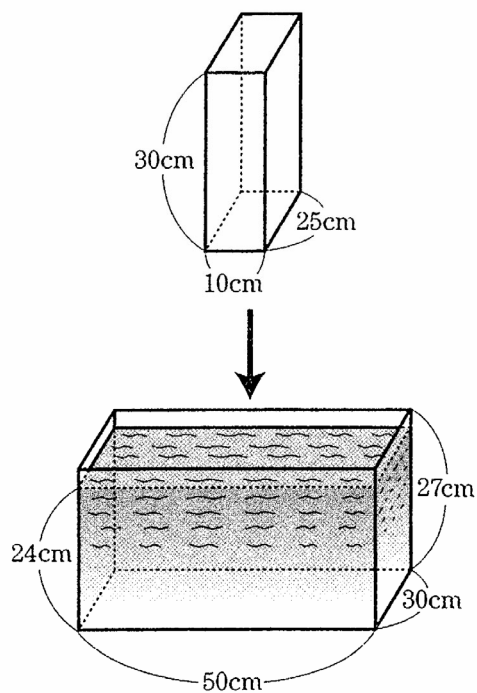
オ $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

問2 縦,横,高さがそれぞれ 30cm,50cm,27cm の直方体の水そうに,24cm のところまで水が入っている。

この水そうに 縦,横,高さがそれぞれ 25cm,10cm,30cm の直方体の角材を,底に対して垂直にゆっくり沈めていく。

角材を水に何 cm 沈めたとき,水はこぼれ始めますか。

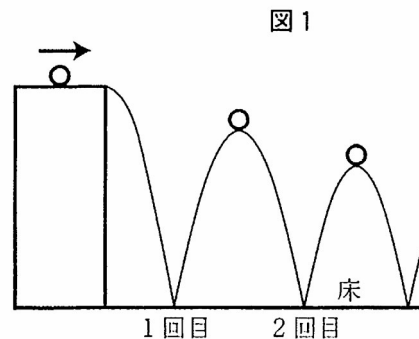
角材が底に着くまで沈め,再び角材を取り出すと,水そうの水の深さは何 cm になりますか。



数-05-国-高専-問-03

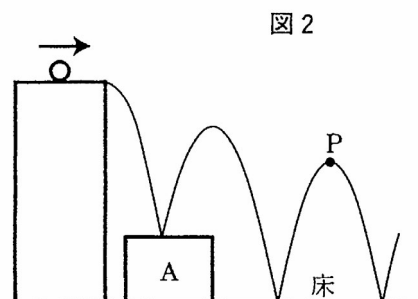
3 落ちた高さの 8 割だけ跳ね上がるボールがある。次の各問いに答えなさい。

問1 ある高さの台からこのボールを落としたとき, 図1のように跳ねた。跳ね上がる高さが,最初に台の高さの半分以下になるのは,床に何回ぶつかった後ですか。



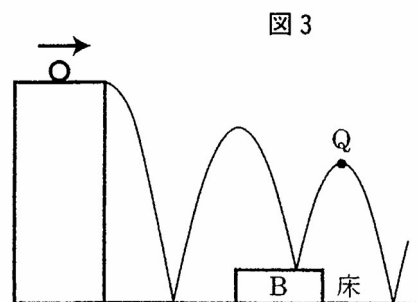
問2 高さが 145cm の台から,このボールを落としたとき,図2のように高さが 20cm の台 A で一回跳ね,次に床で跳ねたボールは P まで跳ね上がって,そこから落ち始めた。

床から P までの高さを求めなさい。



問3 ある高さの台からこのボールを落としたとき、
図3のように床で一回跳ね、次に高さが10cmの
台Bで跳ねたボールは、Qまで跳ね上がって、
そこから落ち始めた。

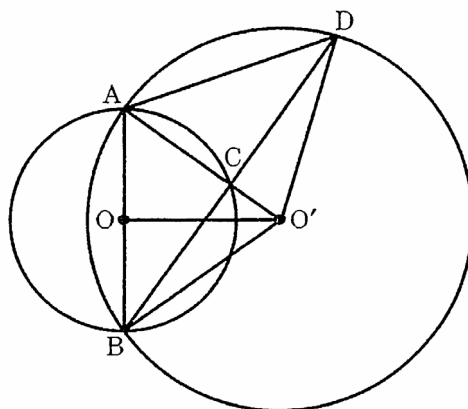
床からQまでの高さが162cmのとき、最初に
ボールを落とした台の高さを求めなさい。



数-05-国-高専-問-04

4 下の図のように、円Oの直線ABの垂直二等分線上に、円Oの外部の点O'をとり、線分O'Aと円Oとの交点をCとする。

点O'を中心とする半径O'Aの円をかき、この円と線分BCの延長線との交点をDとする。
このとき、次の各問いに答えなさい。



問1 $AB = AD$ であることを、次のように証明した。[ア] ~ [オ]に当てはまるものを書きなさい。
ただし、[オ]には、当てはまる合同条件を書きなさい。

〔証明〕 $\triangle ABC$ と [ア] において

共通な辺だから $AC = AC$

ABは円Oの直径なので、 $\angle ACB =$ [イ] $^{\circ}$

[ウ] $= 180^{\circ} -$ [イ] $^{\circ}$

、より、 $\angle ACB =$ [ウ]

また、二等辺三角形 $\triangle O'BD$ の頂点 O' から底辺 BD に引いた垂線は、
底辺を二等分するので、 $BC =$ [エ]

、 、 により、 [オ] から
 $\triangle ABC$ [ア]

ゆえに、 $AB = AD$

問2 $OA = 3\text{ cm}$, $AO' = 2 OA$ のとき、線分 CD の長さを求めなさい。

問3 $OA = 3\text{ cm}$, $OO' = 2 OA$ のとき、線分 CD の長さを求めなさい。

5 右の図のように、2つの関数

$$y = x^2 \quad \dots\dots\dots$$

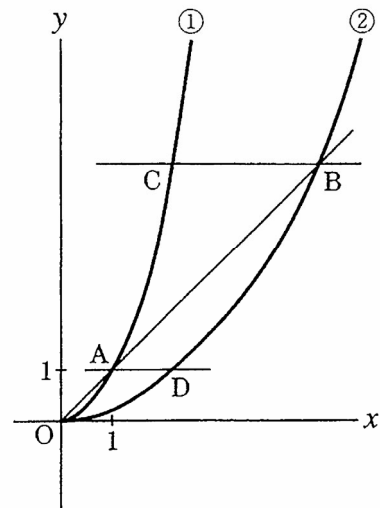
$$y = ax^2 \quad \dots\dots\dots$$

のグラフを $x \geq 0$ の範囲で考える。

関数 $y = x^2$ のグラフ上に点 $A(1, 1)$ をとり、 OA の延長線と関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点を B とする。 B を通り x 軸に平行な直線を引き、関数 $y = x^2$ のグラフとの交点を C とする。また、 A を通り x 軸に平行な直線を引き、関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点を D とする。

$$OA : OB = 1 : 4$$

であるとき、次の各問いに答えなさい。



問1 関数 $y = ax^2$ について、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問2 a の値を求めなさい。

問3 次の条件 () () をともに満たす点 F の座標を 2 つ求めなさい。

() 点 F は関数 $y = x^2$ のグラフ上にある。

() BCF の面積が台形 $ADBC$ の面積の $\frac{1}{2}$ である。

	問題番号	解 答		配点	備 考	
数〇〇国・高専・ス〇	1	問 1				
		問 2				
		問 3	$x =$			
		問 4	$a =$			
		問 5				
		問 6				
		問 7	度			
		問 8	cm^3			
数〇〇国・高専・ス〇	2	問 1				
		問 2		cm		
				cm		
数〇〇国・高専・ス〇	3	問 1	回			
		問 2	cm			
		問 3	cm			
数〇〇国・高専・ス〇	4	問 1	ア			
			イ			
			ウ			
			エ			
			オ			
		問 2	cm			
		問 3	cm			

	問題番号		解 答	配点	備 考
数 05・国・高専・K・05	5	問 1			
		問 2	$a =$		
		問 3	(,)		
			(,)		

	問題番号	解	答	配点	備 考
数 05 国 高専・K01	1	問 1	$\frac{5}{12}$		
		問 2	$2\sqrt{2}$		
		問 3	$x = -2, 12$		
		問 4	$a = 2$		
		問 5	$-6y - 2$		
		問 6	$\frac{5}{18}$		
		問 7	15 度		
		問 8	$\frac{14\sqrt{2}}{3}$ cm ³		
数 06 国 高専・K02	2	問 1	ア, エ		
		問 2	18 cm		
			$\frac{45}{2}$ cm		
数 07 国 高専・K03	3	問 1	4 回		
		問 2	96 cm		
		問 3	250 cm		
数 08 国 高専・K04	4	問 1	ア	ADC	
			イ	90	
			ウ	ACD	
			エ	DC	
			オ	2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい	
		問 2	$3\sqrt{3}$ cm		
		問 3	$\frac{12\sqrt{5}}{5}$ cm		

	問題番号		解 答	配点	備 考
数 5 国・高専・K 55	5	問 1	6		
		問 2	$a = \frac{1}{4}$		
		問 3	$(\sqrt{7}, \frac{7}{4})$		
			$(5, \frac{25}{4})$		

数-05-国-高専-KS-01

- 1 問6 さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ (通り) そのうち、 $1 < \frac{b}{a} < 3$ となるのは、 $(a, b) = (1, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)$ の 10 通り。

よって、求める確率は、 $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

- 問8 もとの円すいの高さを h とすると、三平方の定理より、 $h = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ 切り取った上の部分の円すいの高さを x とすると、相似の関係より、 $x : 4\sqrt{2} = 1 : 2$ $2x = 4\sqrt{2}$ $x = 2\sqrt{2}$

よって、下の部分の立体の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 4\sqrt{2} - \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 2\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{3}$
 $= \frac{14\sqrt{2}}{3}$ (cm³)

数-05-国-高専-KS-02

- 2 問2 角材を水に x cm 沈めたとき、水がこぼれ始めるとすると、

$$10 \times 25 \times x = 50 \times 30 \times (27 - 24) \quad x = 18(\text{cm})$$

あふれ出す水の体積は、 $10 \times 25 \times (27 - 18) = 2250(\text{cm}^3)$ 減った水の高さを x cm とすると、

$$50 \times 30 \times x = 2250 \quad x = \frac{3}{2}(\text{cm}) \quad \text{よって、求める水そうの水の深さは、} 24 - \frac{3}{2} = \frac{45}{2}(\text{cm})$$

数-05-国-高専-KS-03

- 3 問2 A にぶつかった後の高さは、 $20 + (145 - 20) \times 0.8 = 120(\text{cm})$ P までの高さは、
 $120 \times 0.8 = 96(\text{cm})$

- 問3 もとの高さを h とすると、床から Q までの高さが 162 cm より、 $10 + (0.8h - 10) \times 0.8 = 162$
 $0.64h = 160 \quad h = 250(\text{cm})$

数-05-国-高専-KS-04

- 4 問2 O'AD は 1 辺が 6 cm の正三角形になるから、CD AO' より、 $CD : AD = \sqrt{3} : 2$
 $CD : 6 = \sqrt{3} : 2 \quad 2CD = 6\sqrt{3} \quad CD = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

- 問3 AOO'において、三平方の定理より、 $AO' = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$ よって、DAO'において、 $OD = 3\sqrt{5}$ 、 $AD = 6$ となる。 $AC = x$ とすると、 $CO' = 3\sqrt{5} - x$ と表せるから、ACD において $CD^2 = 6^2 - x^2$ CDO'において、 $CD^2 = (3\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{5} - x)^2$ よって、

$$6^2 - x^2 = (3\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{5} - x)^2 \quad 6\sqrt{5}x = 36 \quad x = \frac{6\sqrt{5}}{5}(\text{cm}) \quad \text{したがって、} CD^2 = 6^2 - x^2 = 6^2 - \left(\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)^2$$

$$= \frac{144}{5} \quad CD = \sqrt{\frac{144}{5}} = \frac{12\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$$

数-05-国-高専-KS-05

- 5 問2 OA : OB = 1 : 4 より、平行線と線分の比の性質を利用して、(点 A の x 座標) : (点 B の x 座標) = OA : OB $1 : (\text{点 B の } x \text{ 座標}) = 1 : 4$ (点 B の x 座標) = 4 同様にして、(点 B の y 座標) = 4
 よって、B(4, 4) これを $y = ax^2$ に代入して、 $4 = 16a \quad a = \frac{1}{4}$

- 問3 それぞれの座標を求めると、A(1, 1), B(4, 4), C(2, 4), D(2, 1) (台形 ADBC) = ACD +

$$DBC = \frac{1}{2} \times (2 - 1) \times (4 - 1) + \frac{1}{2} \times (4 - 2) \times (4 - 1) = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2} \quad \text{BCF において 底辺を } BC = 2,$$

高さを h とすると、 $BCF = \frac{1}{2}$ (台形 ADBC) より、 $\frac{1}{2} \times 2 \times h = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \quad h = \frac{9}{4}$ よって、

点 F の y 座標は、 $4 \pm \frac{9}{4} = \frac{7}{4}, \frac{25}{4} \quad y = \frac{7}{4}$ を $y = \frac{1}{4}x^2$ に代入して、 $\frac{7}{4} = \frac{1}{4}x^2 \quad x > 0$ より、 $x = \sqrt{7}$

また、 $y = \frac{25}{4}$ のとき、 $\frac{25}{4} = \frac{1}{4}x^2 \quad x > 0$ より、 $x = 5$ したがって、 $F\left(\sqrt{7}, \frac{7}{4}\right), \left(5, \frac{25}{4}\right)$